Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Министерство высшего образования и инноваций Кыргызской Республики

Межгосударственная образовательная организация высшего образования Кыргызско-Российский Славянский университет имени первого Президента Российской Федерации Б. Н. Ельцина.

Фонд
оценочных средств

по дисциплине

«Вычислительная математика»

Уровень высшего образования

СПЕЦИАЛИТЕТ

Направление подготовки

Специальность 21.05.04 - РФ, 630003 – КР

Горное дело

Специализация "Подземная разработка рудных месторождений"

Квалификация

Специалист

Бишкек 2026 г.

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки «Горное дело» специализации "Подземная разработка рудных месторождений"

по дисциплине

«Вычислительная математика»

наименование

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании межкластерной кафедры «Математики, физики и информатики»

протокол № 1 от «07» сентября 2026 года.

Заведующий межкластерной кафедрой «Математики, физики и информатики» _____ *И.В. Гончарова*

Руководитель образовательной программы _____ *Абдурахмонов Г.А*

Исполнители:

к.ф.-м.н., доцент межкластерной кафедры «Математики, физики и информатики» _____ *Курманбаева А.К.*

к.ф.-м.н., доцент межкластерной кафедры «Математики, физики и информатики» _____ *Комарцова Е.А.*

1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Виды оценочных средств/ шифр раздела в данном документе
ОПК-18: Способен участвовать в исследованиях объектов профессиональной деятельности и их структурных элементов	**Знать:** структуру объектов профессиональной деятельности; методы и средства проведения исследований объектов профессиональной деятельности и их структурных элементов; методологию проведения научных исследований; основы составления отчетов по проведенным исследованиям	Контрольные вопросы
	Уметь: выполнять исследования в сфере своей профессиональной деятельности; производить математическую обработку полученных результатов исследования; интерпретировать полученные результаты, составлять и защищать отчеты по проведенному исследованию	Задания для проверки уровня обученности *Уметь* (Приложение№1)
	Владеть: методами математической статистики для обработки и анализа результатов эксперимента в сфере своей профессиональной деятельности; навыками обработки результатов исследований, составления и защиты отчетов; приборной базой для проведения исследований в сфере своей профессиональной деятельности	Задания для проверки уровня обученности *Владеть* (Приложение№2)
ОПК-21: Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	**Знать:** процессы, методы поиска, сбора, хранения, обработки, представления, распространения информации и способы осуществления таких процессов и методов (информационные технологии); знать современные инструментальные среды, программно-технические платформы и программные средства, в том числе отечественного производства, используемые для решения задач профессиональной деятельности, и принципы их работы	Контрольные вопросы
	Уметь: выбирать и использовать современные информационно-коммуникационные и интеллектуальные технологии, инструментальные среды, программно-технические платформы и программные средства, в том числе отечественного производства, для решения задач профессиональной деятельности; уметь анализировать профессиональные задачи, выбирать и использовать подходящие ИТ-решения	Задания для проверки уровня обученности *Уметь* (Приложение№1)

	Владеть: навыками работы с лежащими в основе ИТ-решений данными; владеть навыками применения современных информационно коммуникационных и интеллектуальных технологий, инструментальных сред, программно-технических платформ и программных средств, в том числе отечественного производства, для решения задач профессиональной деятельности	Задания для проверки уровня обученности *Владеть* (Приложение№2)

2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА»

Курс/семестр: 3/5

Количество кредитов (ЗЕ): 3

Отчетность: **зачет с оценкой**

Название модулей дисциплины согласно РПД	**Контроль**	**Форма контроля**	**зачетный минимум**	**зачетный максимум**	**график контроля**
Модуль 1					
Модуль 1 . Теория погрешностей и приближение функций.	Текущий контроль	Типовой расчет №1	8	15	8
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	6	10	
Модуль 2					
Модуль 2. Численные методы линейной алгебры, интерполяции и аппроксимации.	Текущий контроль	Типовой расчет №2	8	15	12
	Рубежный контроль	Контрольная работа №2	6	10	
Модуль 3					
Модуль 3. Численное интегрирование и решение дифференциальных уравнений.	Текущий контроль	Типовой расчет №3, посещаемость, активность	6	12	16
	Рубежный контроль	Контрольная работа №3	6	8	
ВСЕГО за семестр					
Промежуточный контроль (Зачет с оценкой)			**20**	**30**	
Семестровый рейтинг по дисциплине			**60**	**100**	

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1. Контрольные вопросы и задания

Контрольные вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
5 СЕМЕСТР - ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ.
1. Предмет и задачи вычислительной математики;
2. Математическая модель физического процесса;
3.Точные и приближённые решения;
4. Необходимость численных методов в инженерных задачах;
5. Алгоритм численного решения задачи;
6. Понятие вычислительного эксперимента;
7. Устойчивость и сходимость численных методов.
8. Абсолютная и относительная погрешности; погрешность исходных данных; погрешность метода; погрешность
округления; накопление ошибок; значащие цифры; оценка точности результата.
9.Численные методы решения нелинейных уравнений: метод бисекции.
10.Численные методы решения нелинейных уравнений: метод хорд.
11.Численные методы решения нелинейных уравнений: метод Ньютона
12. Численные методы решения нелинейных уравнений: метод простой итерации.
13.Решение СЛАУ методом • методом простой итерации;
14. Решение СЛАУ методом Зейделя; сходимость итерационных методов; оценка погрешности решения.
15. Интерполяция экспериментальных данных . Интерполяционная формула Лагранжа; оценка погрешности интерполяции.
16. Интерполяция экспериментальных данных . Интерполяционная формула Ньютона; оценка погрешности интерполяции.
17. Аппроксимация экспериментальных данных: отличие интерполяции от аппроксимации.
18. Метод наименьших квадратов;
19.Численное интегрирование: метод прямоугольников;
20. Метод трапеций;
21. Метод Симпсона;
22.Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. •Метод Эйлера;
23. Модифицированный метод Эйлера;
24. Метод Рунге–Кутты;
25.Численное моделирование процессов, описываемых дифференциальными уравнениями: движения горных машин;
изменения температуры;
26. Численное моделирование процессов, описываемых дифференциальными уравнениями: фильтрации; деформирования;
изменения физических параметров во времени.

Образцы заданий для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в приложениях 1 и 2.

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

Курсовые работы учебным планом не предусмотрены

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Вычислительная математика» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам.
В 5 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3 в количестве 10 вариантов, на усмотрение преподавателя контрольные работы № 1, 2, 3 (10 вариантов) или компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТ) № 1, 2, 3, 4 по разделам "Теория погрешностей и приближение функций», «Численные методы линейной алгебры, интерполяции и аппроксимации.», "Численное интегрирование и решение ОДУ ". Варианты типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4, Билеты для проведения итогового контроля в 5 семестре (зачет с оценкой) составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6

5.4. Перечень видов оценочных средств

1. Типовые расчеты.
2. Контрольные работы

Приложение №1
Задания для проверки уровня обученности *УМЕТЬ*

Раздел 1. Теория погрешностей и нелинейные уравнения

Задачи на погрешности

1. При измерении пластового давления датчик показал P = 24.53 МПа . Известно, что абсолютная погрешность прибора составляет Δ P = 0.08 МПа . Найдите относительную погрешность этого измерения в процентах.
2. Плотность угля определяется по формуле $\rho = \frac{m}{V}$. Масса образца m = 1.32 ± 0.01 кг , а его объем V = 0.0010 ± 0.0001 м³ . Вычислите предельную относительную и абсолютную погрешности определения плотности.
3. Округлите расчетное значение деформации горной породы ε = 0.0034718 до трех значащих цифр. Определите абсолютную погрешность, возникшую в результате этого округления.
4. Длина подземной горной выработки измеряется лазерной рулеткой и составляет L = 120.4 м . Относительная погрешность измерения равна 0.5% . Определите границы интервала, в котором находится истинное значение длины выработки.

Задачи на нелинейные уравнения

5. Методом графического анализа и проверки знаков функции на концах интервалов изолируйте (отделите) все вещественные корни уравнения $x^3 - 4x + 1 = 0$, описывающего критическое напряжение массива.
6. Выполните **две итерации метода половинного деления** для нахождения глубины залегания пласта из уравнения $x^3 - 2x - 5 = 0$ на отрезке $[2; 3]$.
7. Дано уравнение фильтрации газа в пористой среде: $x \cdot \ln(x) - 1 = 0$. Проверьте, выполняется ли условие сходимости метода простой итерации на отрезке $[1.5; 2.0]$, если привести уравнение к виду $x = \frac{1}{\ln(x)}$.
8. Уточните корень уравнения прочности крепи $x^2 - e^{-x} = 0$ на отрезке $[0.5; 1.0]$ с помощью **двух шагов метода Ньютона**, приняв начальное приближение $x_0 = 0.5$.
9. Выполните **одну итерацию метода секущих** для уравнения $\cos(x) - x = 0$, используя начальные приближения $x_0 = 0.5$ и $x_1 = 0.6$.

Раздел 2. Численные методы линейной алгебры, интерполяции и аппроксимации

Задачи на СЛАУ

10. Матрица давлений в системе из трех скважин имеет вид:

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 - 6x_3 = 5 \end{cases}$$

Докажите, что для данной системы выполняется условие диагонального преобладания, гарантирующее сходимость метода Зейделя.

11. Используя систему уравнений из задачи №10, выполните **одну итерацию метода простой итерации**, приняв за начальное приближение нулевой вектор $X^{(0)} = (0, 0, 0)^T$.

12. Для системы уравнений из задачи №10 выполните **первый шаг метода Зейделя** (найдите компоненту $x_1^{(1)}$ и с ее использованием найдите $x_2^{(1)}$), взяв начальное приближение $X^{(0)} = (1, 1, 1)^T$.

Задачи на интерполяцию

13. На основе экспериментальных данных о температуре пород на разных глубинах: X (100 м, 200 м) → Y (15°C, 18°C) , методом линейной интерполяции определите примерную температуру на глубине 150 метров.

14. Постройте **интерполяционный многочлен Лагранжа** по трем точкам замера пластового давления: (1; 2.1) , (2; 2.4) , (4; 3.0) . Вычислите значение давления в точке x = 3 .

15. Составьте таблицу разделенных разностей и запишите **интерполяционный многочлен Ньютона** для следующих данных: (0; 1) , (1; 3) , (2; 7) .

16. Известно, что функция пористости f(x) интерполируется многочленом второй степени по узлам x_0=1, x_1=2, x_2=3 . Максимум третьей производной функции на отрезке равен $\max|f'''(x)| = 0.6$. Оцените предельную погрешность интерполяции в точке x = 1.5 .

Задачи на аппроксимацию (МНК)

17. По результатам четырех экспериментов связи нагрузки X и сдвига породы Y получены пары точек: (1; 2) , (2; 3) , (3; 5) , (4; 6) . Напишите систему нормальных уравнений метода наименьших квадратов для поиска линейной зависимости y = ax + b .

18. Решите систему нормальных уравнений, составленную в задаче №17, и найдите искомые коэффициенты a и b .

19. Даны экспериментальные точки зависимости притока нефти от времени: (0; 1) , (1; 2) , (2; 5) . Составьте систему уравнений для нахождения коэффициентов квадратичной аппроксимации вида $y = ax^2 + bx + c$ методом наименьших квадратов.

20. Вычислите остаточную сумму квадратов (ошибку аппроксимации) для точек (1; 2.1) , (2; 3.9) , если в качестве сглаживающей линии выбрана теоретическая зависимость y = 2x .

Раздел 3. Численное интегрирование и решение дифференциальных уравнений

Задачи на численное интегрирование

21. Расход нефти из скважины описывается функцией $f(x) = \frac{1}{1+x}$. Вычислите суммарный объем добычи на промежутке времени от x = 0 до x = 2 , используя **метод прямоугольников (левых)** с разбиением отрезка на 4 равные части.

22. Решите задачу №21 (интеграл от $f(x) = \frac{1}{1+x}$ на отрезке $[0; 2]$ с количеством разбиений n = 4), используя **метод трапеций**.

23. Вычислите интеграл работы расширения газа $\int_1^3 x^2 dx$ с помощью **метода Симпсона (парабол)**, приняв шаг интегрирования h = 1 (три узла: x_0=1, x_1=2, x_2=3).

24. При интегрировании функции проницаемости пласта методом трапеций с шагом h = 0.2 получено значение I_1 = 3.450 , а с шагом h = 0.1 — значение I_2 = 3.456 . Используя **правило Рунге**, найдите уточненное значение интеграла.

Задачи на обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ)

25. Дано дифференциальное уравнение изменения давления жидкости в скважине: $\frac{dy}{dx} = x + y$. Начальное условие: y(0) = 1 . Выполните **два шага метода Эйлера** с шагом h = 0.1 , найдя приближенные значения в точках x = 0.1 и x = 0.2 .

26. Методом Эйлера решается уравнение движения карьерного самосвала: $\frac{dy}{dx} = 2x - y^2$ с начальным условием y(1) = 0 . Найдите значение скорости y в точке x = 1.5 , сделав один шаг с h = 0.5 .

27. Используя условия задачи №25 ($\frac{dy}{dx} = x + y, y(0) = 1$), найдите значение решения в точке x = 0.1 , применив **модифицированный метод Эйлера (метод прогноза и коррекции)** с шагом h = 0.1 .

28. Для ОДУ первого порядка $\frac{dy}{dx} = -2y$ с условием y(0) = 5 выполните один шаг **метода Рунге-Кутты 4-го порядка** с шагом h = 0.2 . Найдите коэффициенты k_1 и k_2 .

29. Решая задачу Коши для уравнения осадки кровли выработки на промежутке $[0; 1]$ с шагом h = 0.2 , студент получил значение в конечной точке y(1) = 12.45 . При повторном расчете с шагом h = 0.1 значение составило y(1) = 12.48 . Оцените погрешность второго расчета по методу Эйлера, используя правило Рунге.

30. На основе анализа дифференциального уравнения теплообмена в шахтной вентиляционной сети $\frac{dy}{dx} = -\lambda y$, определите, при каком максимальном шаге интегрирования h метод Эйлера сохранит вычислительную устойчивость, если коэффициент затухания λ = 5 .

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Задания для проверки обученности ВЛАДЕТЬ

Раздел 1. Теория погрешностей и нелинейные уравнения

Анализ результатов программного поиска корней

1. Программа нашла корень уравнения притока жидкости методом Ньютона: $x^* = 2.3456$. При этом значения функции в последних трех итерациях составили: $f(x_4) = 10^{-2}$, $f(x_5) = 10^{-5}$, $f(x_6) = 10^{-12}$. Оцените по этим данным характер сходимости (линейная или квадратичная) и подтвердите, достигнута ли точность $\varepsilon = 10^{-6}$.
2. При расчете критического напряжения в массиве методом простой итерации на экране монитора возникла ошибка «*OverFlow*» (вычислительное переполнение). Проанализируйте график функции и определите, какое условие сходимости было нарушено при выборе начального приближения.
3. В отчете численного моделирования движения горной машины указано значение корня $x = 5.42 \pm 0.03$. Установите, какими навыками анализа накопления погрешностей округления должен обладать инженер, чтобы доказать, что погрешность метода не исказила этот результат.
4. Сравните два текстовых лог-файла работы программ: метод бисекции нашел корень уравнения за 24 итерации, а метод Ньютона — за 4 итерации. Обоснуйте, какими критериями эффективности численных методов нужно владеть, чтобы объяснить такую разницу в скорости вычислений.

Интерпретация погрешностей в инженерных данных

5. Дана таблица выходных данных с датчиков давления скважины, округленных до первого знака после запятой. Оцените, как скрытая погрешность этих исходных данных повлияет на итоговый расчет прочностных характеристик вмещающих пород.
6. При исследовании физико-механических свойств керна программа выдала относительную ошибку расчета 15%. Руководствуясь критериями инженерной точности, определите, является ли данный численный результат адекватным или расчет необходимо повторить с меньшим шагом.

7. Используя готовую графическую карту распределения погрешностей в пласте, определите зоны с наибольшей потерей точности и укажите физические причины нестабильности численного решения в этих точках.
8. Проанализируйте влияние погрешности метода (остаточного члена формулы Тейлора) на результаты расчета деформации крепи, если шаг сетки моделирования был уменьшен в два раза.

Раздел 2. Линейная алгебра, интерполяция и аппроксимация

Оценка сходимости и устойчивости СЛАУ

9. Программа решения системы уравнений давлений методом Зейделя не сошлась за 1000 итераций. Изучите исходную матрицу коэффициентов и определите, из-за отсутствия какого свойства (например, диагонального преобладания) метод оказался неэффективен.
10. Известно, что число обусловленности матрицы системы уравнений фильтрации равно $cond(A) = 10^5$. Охарактеризуйте эту систему с точки зрения устойчивости к малым погрешностям в исходных данных измерений.
11. В среде численного моделирования получены два разных вектора решений одной СЛАУ при незначительном изменении правого столбца (на 0.1%). Владея методами анализа погрешностей, объясните, указывает ли это на плохую обусловленность математической модели физического процесса.

Применение интерполяционных и аппроксимационных моделей

12. По графикам интерполяционных полиномов Лагранжа и Ньютона, построенным по одним и тем же экспериментальным точкам пористости пласта, определите, совпадают ли их траектории между узлами интерполяции.
13. На графике интерполяционного многочлена высокой степени (10-й порядок) на границах исследуемого участка угольного пласта наблюдаются резкие волнообразные колебания (эффект Рунге). Предложите методику изменения сетки узлов для минимизации этой погрешности.
14. Перед вами два расчетных модуля: первый восстанавливает значение плотности породы точно в экспериментальных точках, второй — сглаживает случайные шумы измерений, проходя мимо точек. Определите, какой модуль реализует метод интерполяции, а какой — метод наименьших квадратов (МНК).

15. Проанализируйте полученную с помощью МНК аппроксимирующую прямую зависимости сдвига пород от нагрузки. По величине коэффициента детерминации ($R^2 = 0.98$) сделайте вывод о качестве построенной математической зависимости физических параметров.
16. В техническом отчете приведены результаты аппроксимации данных притока нефти тремя моделями: линейной, экспоненциальной и степенной. Выберите оптимальную модель, сопоставив их остаточные суммы квадратов ошибок.
17. Изучите расчетную схему восстановления пропущенного значения температуры массива между двумя глубокими скважинами. Обоснуйте выбор шага интерполяции для достижения минимальной погрешности.

Раздел 3. Численное интегрирование и решение дифференциальных уравнений

Численный анализ интегральных зависимостей

18. По распечатанным результатам расчета объема добытого газа методами трапеций и Симпсона при одинаковом числе разбиений сетки ($n = 10$), определите, какой из методов обеспечил более высокий порядок точности, и обоснуйте почему.
19. Программа автоматического контроля расхода вещества выдала сообщение о достижении заданной точности интегрирования по правилу Рунге. Объясните, как на основе сравнения значений интегралов на двух сетках (с шагом h и $h/2$) программа сделала этот вывод.
20. На основе графического отображения подынтегральной функции (распределения массы горной породы), имеющей резкие скачки и изломы, выберите наиболее подходящий численный метод интегрирования (прямоугольников, трапеций или Симпсона).
21. Проанализируйте сводную таблицу численного расчета энергии разрушения пласта. Определите, как изменится полная погрешность интегрирования, если шаг сетки времени увеличить в три раза.

Моделирование процессов на основе ОДУ

22. На графике решения задачи Коши для уравнения движения карьерного самосвала, полученного методом Эйлера, возникли незатухающие колебания, не соответствующие физике процесса. Оцените, связано ли это с вычислительной неустойчивостью метода при выбранном шаге h.

23. При моделировании изменения температуры вмещающих пород использовались метод Эйлера и метод Рунге-Кутты 4-го порядка. На основе знания их локальных погрешностей ($O(h^2)$ и $O(h^5)$) объясните, почему второй метод позволил использовать значительно более крупный шаг сетки.

24. Изучите результаты численного моделирования нестационарной фильтрации нефти во времени. Проверьте адекватность полученных кривых давления базовым физическим законам (сохранение массы, затухание процессов).

25. Сравните две численные траектории деформирования крепи выработки во времени: одна получена явным методом Эйлера, другая — модифицированным методом (предиктор-корректор). Укажите, какое решение является более надежным в условиях жестких дифференциальных уравнений.

26. В ходе вычислительного эксперимента по исследованию теплового режима шахты была получена расходимость численного решения дифференциального уравнения теплопроводности. Владея навыками устойчивости численных схем, предложите коррекцию шага по времени или по пространству.

27. По готовым графикам фазовых портретов динамической системы горных машин определите моменты времени, в которые численное решение ОДУ теряет устойчивость из-за высокой жесткости уравнений.

28. Оцените структуру итогового научного отчета по численному моделированию фильтрационных процессов. Проверьте, содержит ли он все обязательные компоненты: постановку задачи, обоснование выбора метода, оценку погрешности и физическую интерпретацию результатов.

29. Используя выходные данные расчетного комплекса, сопоставьте математическую модель изменения физических параметров горной породы с исходными геологическими данными и сделайте вывод об адекватности примененного численного алгоритма.
30. На основе анализа графиков изменения давления бурового раствора, полученных в результате серийных компьютерных расчетов, сформулируйте инженерные рекомендации по управлению технологическим процессом бурения.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3. ОБРАЗЦЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ

Типовой расчет №1

Раздел «Теория погрешностей и приближение функций»

Вариант 1

Задание 1. Определение погрешности измерения деформации горной породы

При лабораторном исследовании образца горной породы деформация определяется по формуле

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0},$$

где l_0— первоначальная длина образца, мм; Δl— изменение длины образца, мм.

Заданы измеренные значения l_0и Δl, а также их абсолютные погрешности:$l_0 = 100.0$ мм, $\Delta l = 2.50$ мм, $\Delta l_0 = 0.2$ мм, $\Delta(\Delta l) = 0.03$ мм.

Требуется:

1. Вычислить относительную деформацию:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

2. Определить абсолютную погрешность результата:

$$\Delta\varepsilon \approx \left|\frac{\partial \varepsilon}{\partial(\Delta l)}\right| \Delta(\Delta l) + \left|\frac{\partial \varepsilon}{\partial l_0}\right| \Delta l_0.$$

3. Получить формулу

$$\Delta\varepsilon \approx \frac{\Delta(\Delta l)}{l_0} + \frac{\Delta l}{l_0^2}\Delta l_0.$$

4. Определить относительную погрешность:

$$\delta_\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \cdot 100\%.$$

5. Представить результат в виде

$$\boxed{\varepsilon = (\varepsilon \pm \Delta\varepsilon)}.$$

6. Сделать вывод о влиянии погрешностей l_0и Δlна конечный результат.

Задание 2. Определение оптимального параметра проветривания. При проектировании вентиляции необходимо определить оптимальный параметр проветривания тупиковой выработки x. Математическая модель процесса имеет вид $x^3 - x^2 - 6 = 0$. Корень, соответствующий физически допустимому режиму, находится на отрезке $[2; 3]$. Найти его методом деления отрезка пополам с точностью $\varepsilon^* = 0.01$ методом деления отрезка пополам.

Задание 3. Определение критического параметра нагрузки на крепь. При оценке устойчивости крепи необходимо определить критический параметр нагрузки x. Расчётная модель имеет вид

$$x^3 - 4x - 1 = 0.$$

Искомый параметр находится на отрезке $[2; 3]$. Определить его методом хорд с точностью $\Delta = 0{,}01$.

Задание 4. Определение параметра разрушения горной породы. При исследовании разрушения горной породы необходимо определить критический параметр разрушения x. Математическая модель:

$$x^3 - 5x - 2 = 0.$$

В качестве начального приближения принять $x_0 = 2{,}5$. Найти параметр методом Ньютона с точностью $\Delta = 0{,}01$.

Типовой расчет №2

Раздел 2. Численные методы линейной алгебры, интерполяции и аппроксимации

Вариант 1

Задание 1. Интерполяция экспериментальной зависимости

При исследовании горной породы экспериментально установлена зависимость **деформации** ε от действующей нагрузки P.

Экспериментальные значения представлены в таблице.

ε	**0.010**	**0.020**	**0.030**	**0.040**
P, МПа	18	31	47	68

Необходимо определить нагрузку P при заданной промежуточной деформации ε^*, которой непосредственно в эксперименте не измеряли.

Для этого использовать **интерполяционный многочлен Лагранжа**:

$$P(\varepsilon) = \sum_{i=0}^{n} P_i \, L_i(\varepsilon),$$

где

$$L_i(\varepsilon) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{\varepsilon - \varepsilon_j}{\varepsilon_i - \varepsilon_j}.$$

Требуется:

1. Записать экспериментальные данные.

2. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа.
3. Вычислить значение

$$P(\varepsilon^*).$$

4. Определить нагрузку при заданной деформации.
5. Сделать вывод о полученном результате.
6. Определить P при $\varepsilon^* = 0.02$

Задание 2. При изменении глубины залегания получены значения давления:

h, м	10	20	30	40
P, МПа	2.1	4.3	6.8	9.6

Используя интерполяционный многочлен Ньютона, определить $P(25)$.

Задание 3. При проектировании вентиляционного горизонта угольной шахты необходимо рассчитать распределение расходов воздуха x_1, x_2, x_3 (в м³/с) на трех взаимосвязанных участках. Из законов сеточного распределения воздушных потоков получена СЛАУ:

$$\begin{cases} 10x_1 + 2x_2 + x_3 = 15, \\ -x_1 + 12x_2 + 3x_3 = 22, \\ 2x_1 - x_2 + 8x_3 = 17. \end{cases}$$

Приведите систему к итерационному виду, проверьте выполнение достаточного условия сходимости и найдите расходы воздуха методом простой итерации с точностью ε=0,01

Задание 4. При расчёте устойчивости горной выработки учитываются три взаимосвязанных параметра: x_1— характеризует напряжённое состояние массива, x_2— деформационное состояние крепи, x_3— параметр взаимодействия массива с крепью. В результате линеаризации расчетной модели получена система...

$$\begin{cases} 12x_1 + x_2 + x_3 = 15, \\ x_1 + 10x_2 + x_3 = 14, \\ x_1 + x_2 + 11x_3 = 16. \end{cases}$$

Требуется: определить значения x_1, x_2, x_3методом Зейделя с точностью $\varepsilon = 0.001$.

Типовой расчет №3

ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ И ОДУ

1. Фильтрационный поток жидкости.

$$q(x) = \frac{x^2}{1+x}.$$

Определить общий фильтрационный поток

$$Q = \int_0^1 \frac{x^2}{1+x}\, dx$$

методом Симпсона при $n = 4$.

2. Изменение концентрации газа в выработке.

$$\frac{dy}{dx} = 2 + x - y,\ y(0) = 0.$$

Найти $y(0.4)$методом Эйлера при $h = 0.1$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4. Образцы контрольных работ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1
Теория погрешностей и приближение функций

1. При измерении глубины горной выработки получено $h = 398$м, истинное значение $h_0 = 400$м. Найти абсолютную и относительную погрешности.
2. Округлить $x = 18{,}7364$до двух знаков после запятой. Найти абсолютную погрешность округления.
3. Даны:

$$f(2) = 5,\ f(4) = 9.$$

а) Найти $f(3)$ методом линейной интерполяции.
б) Известно, что точное значение $f(3) = 7{,}1$. Найти абсолютную погрешность интерполяции.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Раздел 2. Численные методы линейной алгебры, интерполяции и аппроксимации

Вариант 1

1. Привести систему к итерационной форме и решить её методом простых итераций с точностью $\varepsilon = 0.01$.

$$\begin{cases} 6x_1 + x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 + 7x_2 + x_3 = 16, \\ x_1 + x_2 + 6x_3 = 9. \end{cases}$$

Начальное приближение:

$$x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 0.$$

2. Привести систему к итерационной форме и решить её методом Зейделя с точностью $\varepsilon = 0.01$.

Решить систему методом Зейделя:

$$\begin{cases} 7x_1 + x_2 + x_3 = 10, \\ x_1 + 6x_2 + x_3 = 14, \\ x_1 + x_2 + 7x_3 = 12. \end{cases}$$

Начальное приближение:

$$x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 0.$$

3. Интерполяция Лагранжа

Дана таблица:

x	0	1	2	3
y	1	3	7	13

Используя многочлен Лагранжа

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j},$$

найти приближённое значение $f(1.5)$.

4. Метод наименьших квадратов

Для экспериментальных данных

x	1	2	3	4
y	2	4	5	7

найти линейную аппроксимацию $y = a + bx$ методом наименьших квадратов и вычислить $y(2.5)$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3
ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ И ОДУ
Вариант 1

1. Приток воды в горную выработку. Расход воды вдоль участка выработки изменяется по закону

$$q(x) = \frac{\ln(x+1)}{x}.$$

Определить суммарный приток воды

$$Q = \int_1^3 \frac{\ln(x+1)}{x}\, dx$$

методом трапеций при $n = 4$.

2. Разрушение целика. Процесс разрушения целика описывается уравнением

$$\frac{dy}{dx} = x + y^2, y(0) = 0.$$

Найти приближённое значение $y(0.4)$методом Эйлера с шагом

$$h = 0.1.$$

Кыргызко-Российский Славянский Университет
Кафедра Высшей Математики

Курс 3 Семестр 5
Дисциплина **Вычислительная математика**
Специальность ЕФП

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № ___**1**____

1.Приближенные числа и оценка их погрешностей.

2. Метод простой итерации решения СЛАУ.

3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным

i	0	1	2
x	-1	0	2
y	1	-1	1

4.Методом Рунге-Кутты найти решение уравнения с начальным условием

$$y' = \frac{1}{4}y^2 + x^2, \quad y(0) = -1$$

на отрезке [0;0,5] с шагом h=0,1**.**

5.Отделить корни уравнения x- sin x =0,25 аналитически и уточнить один из них методом хорд с точностью до 0,001.